

И. В. Яценко, П. И. Захаров

ЕГЭ 2010

Математика

Задача В8

В1

В2

В3

В4

В5

В6

В7

В8

В9

В10

В11

В12

Рабочая тетрадь

учени _____

_____ класса _____

школы _____

Под редакцией
А. Л. Семенова и И. В. Яценко

Разработано МИОО

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ

И. В. Ященко
П. И. Захаров

ЕГЭ 2010. Математика
Задача В8
Рабочая тетрадь

Под редакцией А. Л. Семенова и И. В. Ященко

Москва
Издательство МЦНМО
2010

УДК 373:51
ББК 22.1я72
Я97

Яценко И. В., Захаров П. И.

Я97

ЕГЭ 2010. Математика. Задача В8. Рабочая тетрадь /
Под ред. А. Л. Семенова и И. В. Яценко. — М.: МЦНМО,
2010. — 80 с.

ISBN 978-5-94057-567-2

Рабочая тетрадь по математике серии «ЕГЭ 2010. Математика» ориентирована на подготовку учащихся старшей школы для успешной сдачи Единого государственного экзамена по математике в 2010 году. В рабочей тетради представлены задачи по одной позиции контрольных измерительных материалов ЕГЭ-2010.

На различных этапах обучения пособие поможет обеспечить уровень подготовки к организации повторения, осуществить контроль и самоконтроль знаний по задачам, посвященным геометрическому смыслу производной. Рабочая тетрадь ориентирована на один учебный год, однако при необходимости позволит в кратчайшие сроки восполнить пробелы в знаниях выпускника.

Тетрадь предназначена для учащихся старшей школы, учителей математики, родителей.

ББК 22.1я72

*Яценко Иван Валериевич
Захаров Петр Игоревич*

ЕГЭ 2010. МАТЕМАТИКА. ЗАДАЧА В8. РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

Под редакцией А. Л. Семенова и И. В. Яценко

Подписано в печать 24.12.2009 г. Формат 70 × 90 $\frac{1}{16}$. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Печ. л. 5. Тираж 10000 экз. Заказ № 2179.

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования.
119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-74-83

Отпечатано с готовых диапозитивов в ППП «Типография „Наука“».
121099, Москва, Шубинский пер., 6.

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»,
Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-72-85. E-mail: biblio@mccme.ru

ISBN 978-5-94057-567-2

© Яценко И. В., Захаров П. И., 2010.
© МЦНМО, 2010.

От редакторов серии

Прежде чем вы начнете работать с нашими тетрадями, мы хотим дать вам некоторые пояснения и советы.

Экзамен по математике в 2010 году состоит из двух частей: в первой части — 12 простых задач, в которых требуется краткий ответ (B1—B12); во второй части — 6 сложных задач, требующих развернутого решения (C1—C6).

Наши рабочие тетради организованы в соответствии с заданиями первой части и позволяют вам подготовиться к выполнению всех заданий этой части, выявить и устранить пробелы в своих знаниях.

Тем из вас, для кого главное — это набрать минимальный аттестационный балл, мы рекомендуем ориентироваться на устойчивое, безошибочное решение 8 заданий из этой первой части. (Хотя в реальности минимальное число заданий, которое нужно решить верно, может составить 5, но ведь вам нужно застраховаться от случайной ошибки!) Эти 8 (или больше) заданий нужно выбрать исходя из того, что вы хорошо понимаете их условия, вам знаком материал и в школе вы хорошо справлялись с аналогичными заданиями (не обязательно в курсе математики 11 класса, а на протяжении всего обучения). При этом следует в первую очередь уделять внимание тем заданиям, которые у вас уже получаются, добиваясь максимально надежного их выполнения, не ограничивая себя временем.

Те из вас, кто ориентируется на поступление в вуз, конечно, понимают, что им желательно с высокой надежностью решать все задачи части B — ведь на решение такой задачи и вписывание ответа в лист на экзамене уйдет времени меньше, чем на задачу части C, жалко будет, если вы ошибетесь и потеряете нужный балл. Вам следует добиваться уверенного выполнения всех заданий первой части, большее внимание уделяя тем задачам, которые вызывают наибольшие затруднения. Устранение пробелов в ваших знаниях поможет вам и в работе с заданиями части C. Определив время, за которое вы можете уверенно без ошибок выполнить все задания первой части, следует планировать оставшееся время на экзамене на задания второй части.

Работу с тетрадью следует начать с выполнения диагностической работы.

Затем рекомендуется прочитать решения задач, сравнить свои решения с приведенными в книге. По тем задачам, которые вызвали затруднения, следует после повторения материала по учебнику или с учителем выполнить тематические тренинги.

Для завершающего контроля готовности к выполнению заданий соответствующей позиции ЕГЭ служат диагностические работы, приведенные в конце тетради.

Работа с серией рабочих тетрадей «ЕГЭ 2010. Математика» позволит выявить и в кратчайшие сроки ликвидировать пробелы в знаниях, но не может заменить систематического повторения (изучения) курса математики!

Желаем успеха!

Ответы:

1

--	--	--	--	--	--	--	--

2

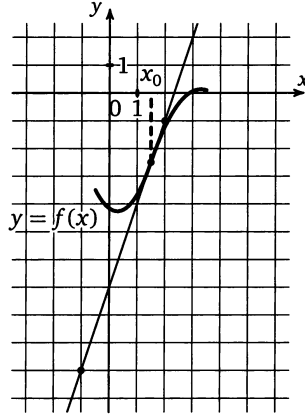
--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

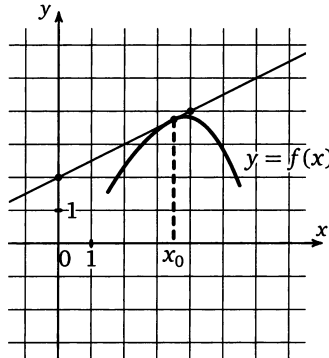
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа

1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

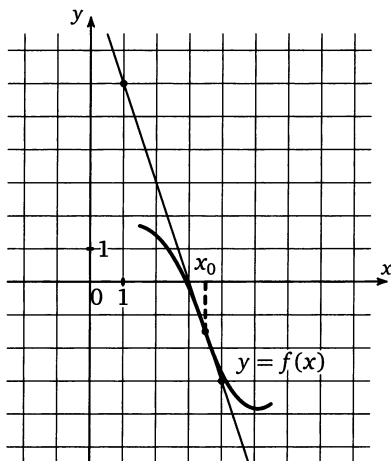


2. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

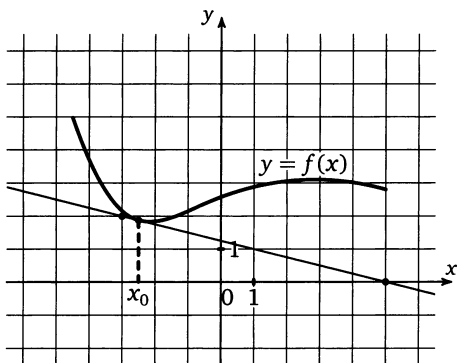


Диагностическая работа

3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



4. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответы:

3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

6

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

8

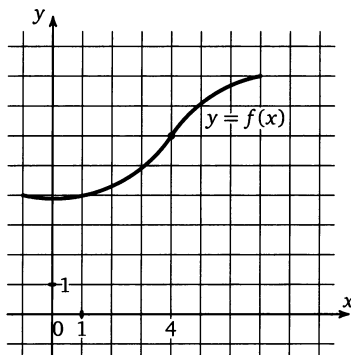
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

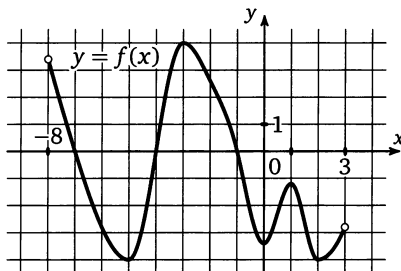
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа

5. На рисунке изображен график функции $f(x)$. Касательная к этому графику, проведенная в точке 4, проходит через начало координат. Найдите $f'(4)$.



6. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



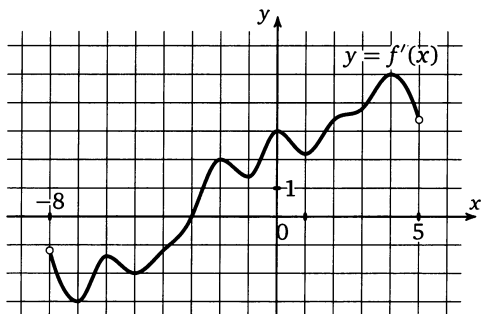
К задачам 6, 7, 8

7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.

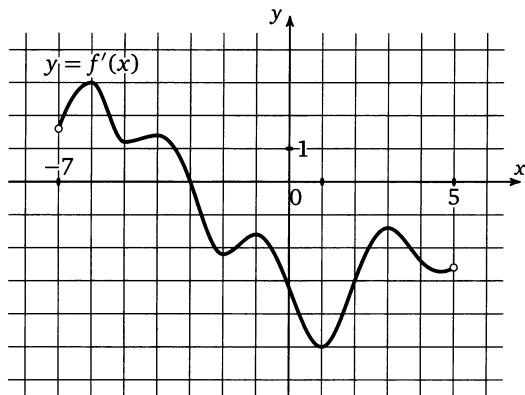
8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 18$.

Диагностическая работа

9. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 5)$. В какой точке отрезка $[0; 4]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



10. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 5)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-6; 4]$.



Ответы:

9

--	--	--	--	--	--	--	--

10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

11

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

12

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

13

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

14

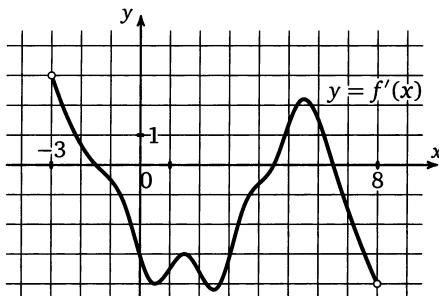
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа

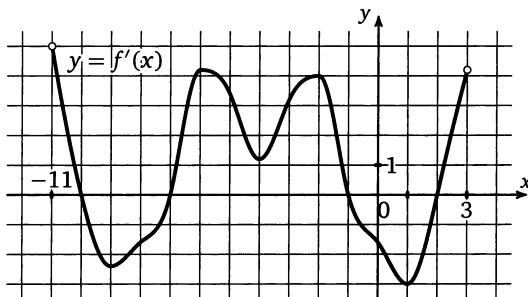
11. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 7]$.



К задачам 11, 12

12. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

13. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 3)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

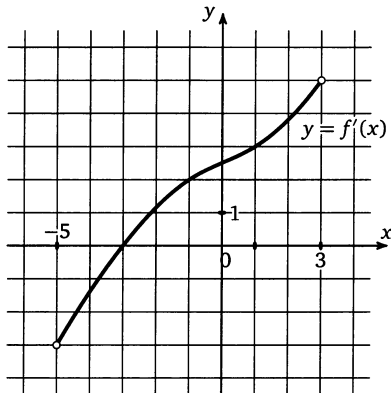


К задачам 13, 14

14. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 3x - 11$ или совпадает с ней.

Диагностическая работа

15. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 3)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x + 7$ или совпадает с ней.



16. Прямая $y = 4x + 13$ параллельна касательной к графику функции

$$y = x^2 - 3x + 5.$$

Найдите абсциссу точки касания.

17. Прямая $y = 2x + 37$ является касательной к графику функции

$$y = x^3 + 3x^2 - 7x + 10.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Ответы:

15

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

16

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

17

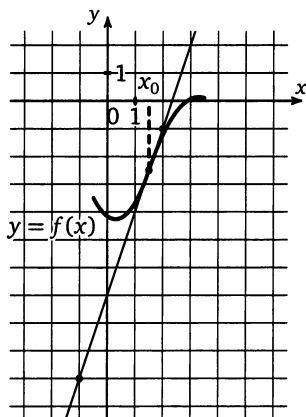
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

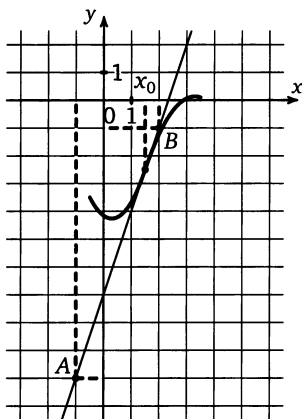
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Решение задач 1—4 диагностической работы

1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Решение. Значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 равно $\operatorname{tg} \alpha$ — угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику этой функции в данной точке. Чтобы найти угловой коэффициент, выберем две точки A и B , лежащие на

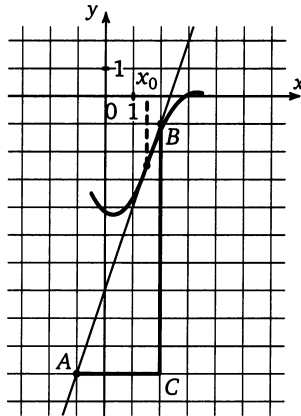


Решение задач 1—4 диагностической работы

касательной, абсциссы и ординаты которых — целые числа, причем точка A расположена левее (ее абсцисса меньше).

Знак производной (углового коэффициента) можно определить по рисунку, например, так: если касательная «смотрит вверх» — точка B лежит выше точки A , — то производная положительна, если точка B ниже, то отрицательна (если касательная горизонтальна, то производная равна 0).

Теперь определим модуль углового коэффициента. Для этого построим треугольник ABC (см. рисунок).



Модуль углового коэффициента будет равен $\frac{BC}{CA}$. Найдем координаты точки A , опустив перпендикуляры на оси Ox и Oy (на рисунке показаны пунктиром). Имеем в первой задаче: $A(-1; -10)$, $B(2; -1)$ и $C(2; -10)$. Тогда длина BC равна разнице ординат точек B и C , то есть $BC = -1 - (-10) = -1 + 10 = 9$, длина AC равна разнице абсцисс точек C и A , $CA = 2 - (-1) = 2 + 1 = 3$. Отсюда искомое значение производной равно $\frac{9}{3} = 3$.

Ответ: 3.

В остальных случаях вычисления проводятся аналогично.

Задача 2. Ответ: 0,5.

Задача 3. Ответ: -3.

Задача 4. Ответ: -0,25.

При решении этой задачи важно помнить, что тангенс острого угла прямоугольного треугольника — это отношение

Решение задач 1—4 диагностической работы

противолежащего катета к прилежащему, а не большего к меньшему и что производная бывает отрицательной, в отличие от тангенса острого угла прямоугольного треугольника.

При решении таких задач можно использовать следующее рассуждение.

Если уравнение касательной к графику функции в точке x_0 имеет вид $y = kx + b$, то значение производной в точке x_0 равно k .

Найдя координаты двух точек $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$, лежащих на касательной, мы можем найти k из системы уравнений

$$\begin{cases} y_a = k \cdot x_a + b, \\ y_b = k \cdot x_b + b. \end{cases}$$

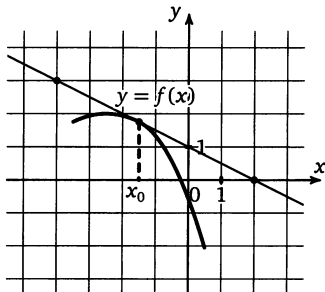
Например, в задаче 3 на рисунке можно взять точки $A(1; 6)$, $B(4; -3)$ и из системы

$$\begin{cases} 6 = k \cdot 1 + b, \\ -3 = k \cdot 4 + b \end{cases}$$

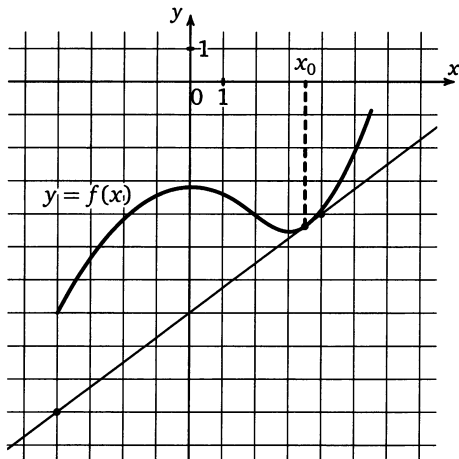
найти $k = -3$.

Тренировочная работа 1

Т1.1. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Т1.2. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответы:

Т1.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т1.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Т1.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т1.4

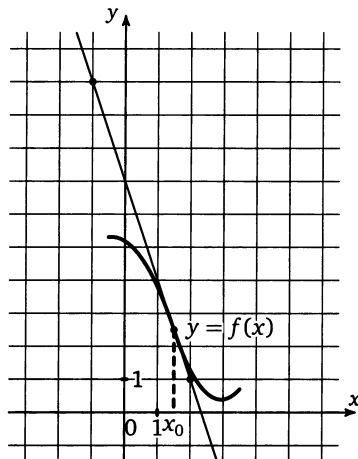
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

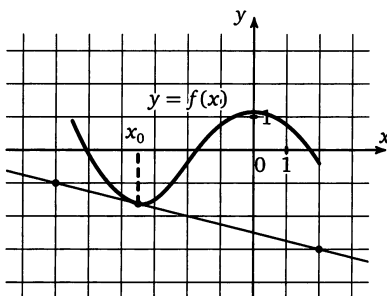
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 1

Т1.3. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

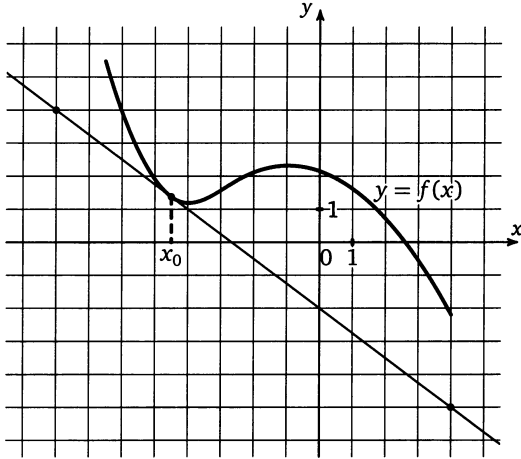


Т1.4. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Тренировочная работа 1

Т1.5. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответы:

Т1.5

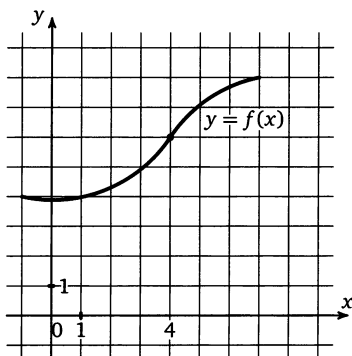
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

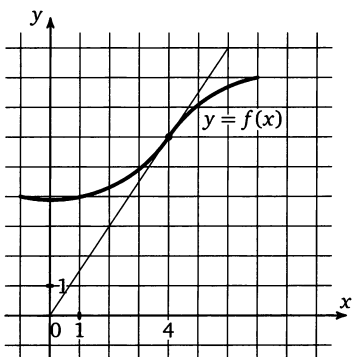
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Решение задачи 5 диагностической работы

5. На рисунке изображен график функции $f(x)$. Касательная к этому графику, проведенная в точке 4, проходит через начало координат. Найдите $f'(4)$.

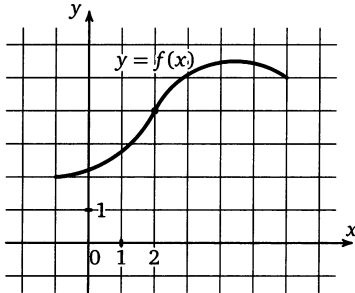


Решение. Если касательная проходит через начало координат, то можно изобразить ее на рисунке, проведя прямую через начало координат и точку касания. Далее решение задачи аналогично решению задач 1—4. В качестве точек с целочисленными координатами, лежащих на касательной, можно взять начало координат и точку касания.

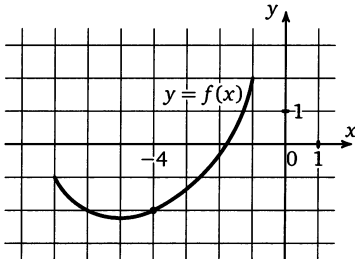


Тренировочная работа 2

T2.1. На рисунке изображен график функции $f(x)$. Касательная к этому графику, проведенная в точке 2, проходит через начало координат. Найдите $f'(2)$.



T2.2. На рисунке изображен график функции $f(x)$. Касательная к этому графику, проведенная в точке -4 , проходит через начало координат. Найдите $f'(-4)$.



Ответы:

T2.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

T2.3

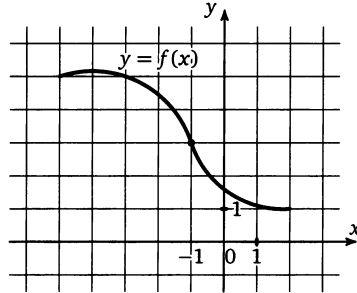
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T2.4

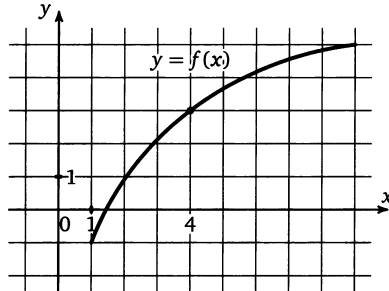
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Тренировочная работа 2

T2.3. На рисунке изображен график функции $f(x)$. Касательная к этому графику, проведенная в точке -1 , проходит через начало координат. Найдите $f'(-1)$.



T2.4. На рисунке изображен график функции $f(x)$. Касательная к этому графику, проведенная в точке 4 , проходит через начало координат. Найдите $f'(4)$.

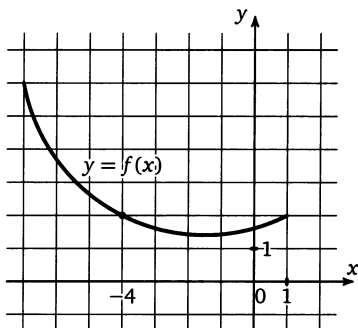


Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 2

T2.5. На рисунке изображен график функции $f(x)$. Касательная к этому графику, проведенная в точке -4 , проходит через начало координат. Найдите $f'(-4)$.



Ответы:

T2.5

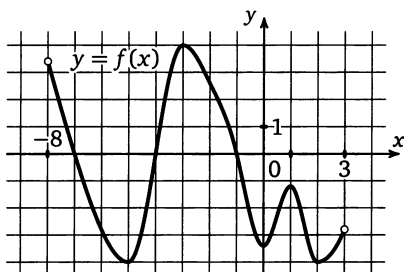
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

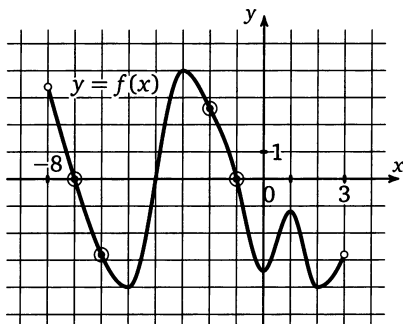
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Решение задачи 6 диагностической работы

6. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



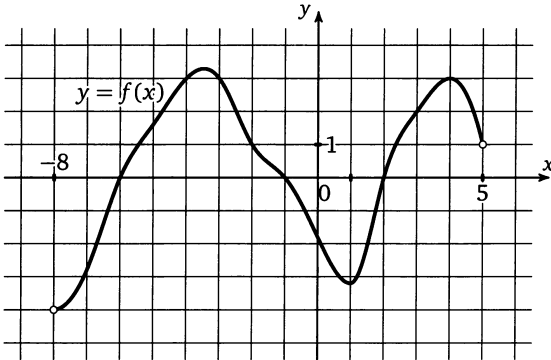
Решение. Решим эту задачу, воспользовавшись следующим утверждением. Производная непрерывно дифференцируемой функции на промежутке убывания (возрастания) не положительна (не отрицательна). Значит необходимо выделить промежутки убывания функции и сосчитать количество целых чисел, принадлежащих этим промежуткам. Причем производная равна нулю на концах этих промежутков, значит, нужно брать только внутренние точки промежутков.



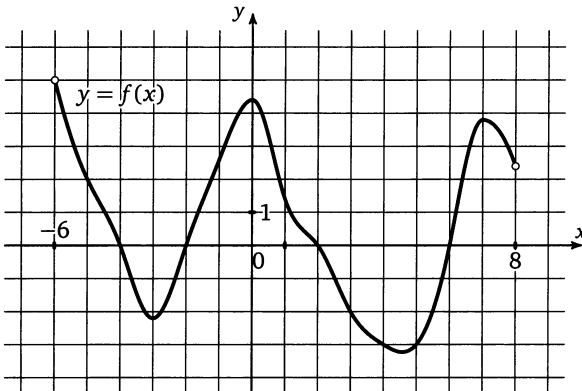
При решении этой задачи важно не ошибиться в том, какие мы точки ищем, с положительной производной или с отрицательной, для этого можно в условии задачи подчеркнуть соответствующее слово.

Тренировочная работа 3

Т3.1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Т3.2. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Ответы:

Т3.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Т3.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.4

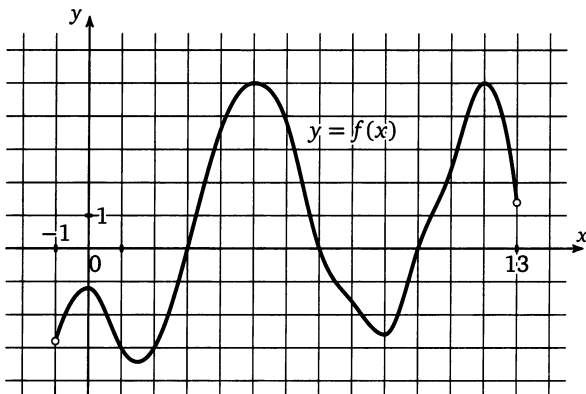
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

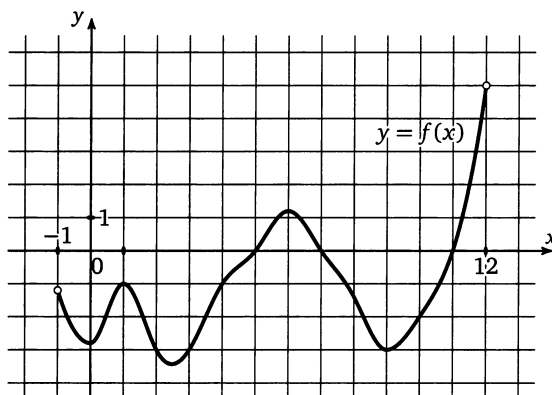
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	.
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 3

Т3.3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 13)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

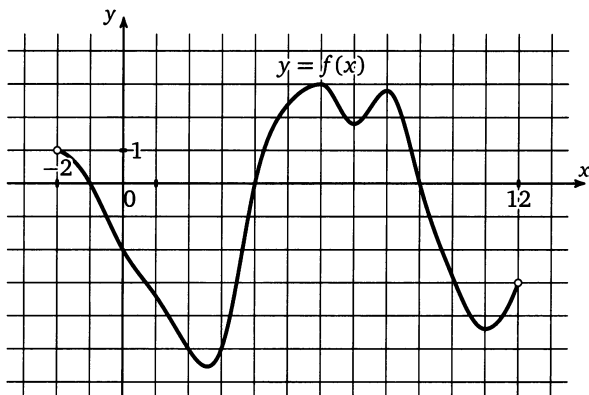


Т3.4. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 12)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



Тренировочная работа 3

Т3.5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



Ответы:

Т3.5

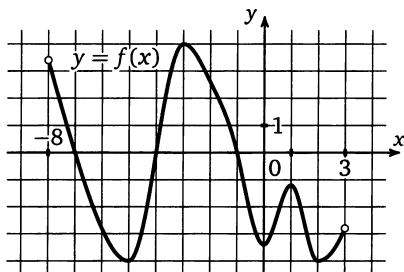
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

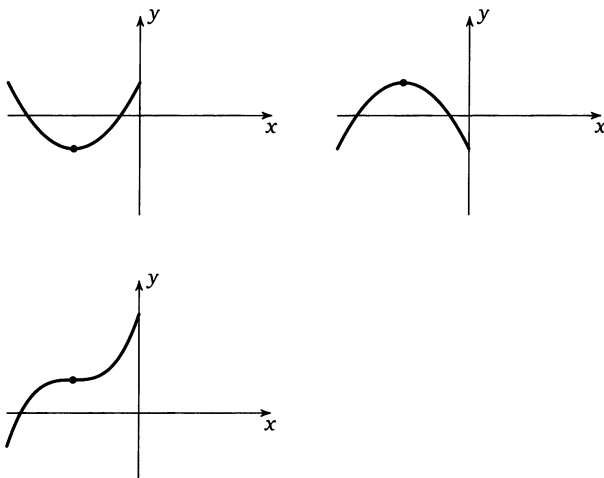
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Решение задачи 7 диагностической работы

7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Решение. Возможны три различные «картинки» (формально говоря, в окрестности изолированного нуля производной, но только такие случаи и рассматриваются в школьном курсе и могут встретиться на экзамене).



В нашем случае третий вариант не встречается, поэтому отметим на рисунке все места, где встречаются первые два варианта, и сосчитаем их количество.

Ответы:

T4.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T4.2

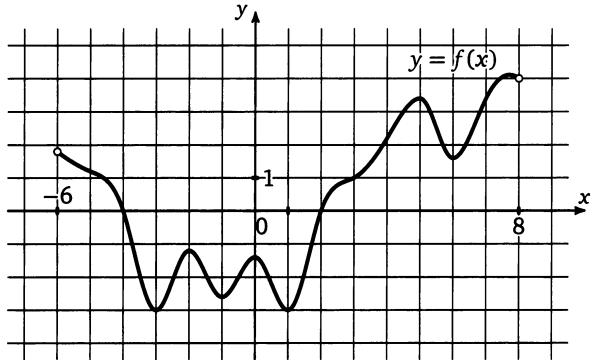
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

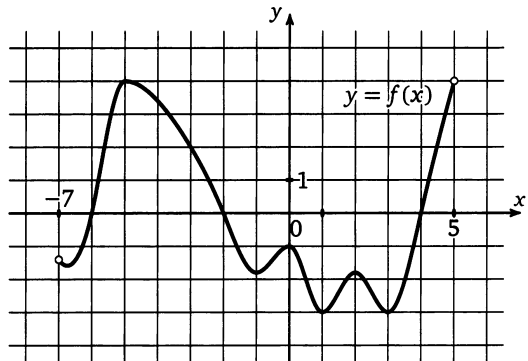
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 4

T4.1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.

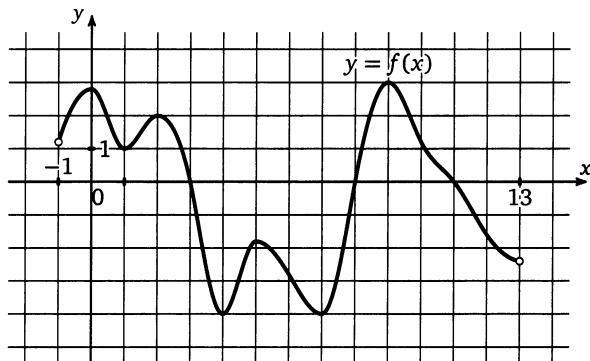


T4.2. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 5)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.

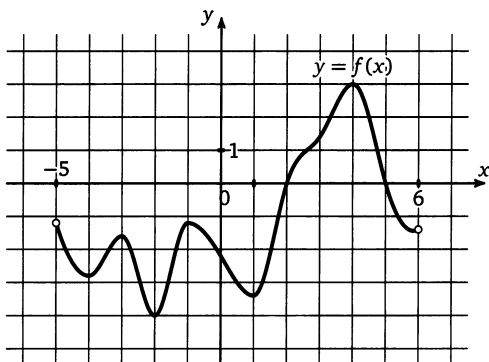


Тренировочная работа 4

T4.3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 13)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



T4.4. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 6)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответы:

T4.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T4.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

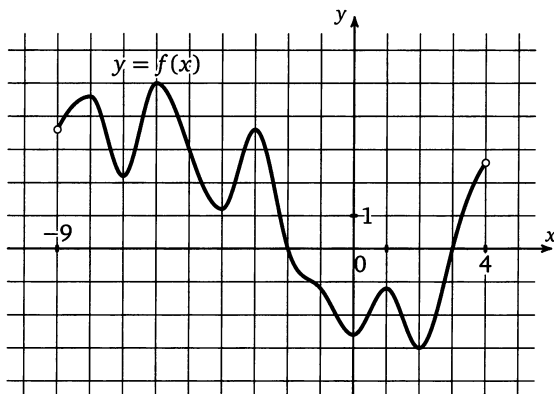
Ответы:

Тренировочная работа 4

T4.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T4.5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 4)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.

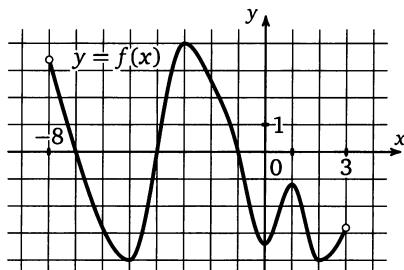


Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Решение задачи 8 диагностической работы

8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 18$.



Решение. Прямая $y = 18$ — горизонтальная, значит, если касательная к графику функции ей параллельна, то она тоже горизонтальна. Следовательно, при решении этой задачи можно воспользоваться вторым решением задачи 7, то есть приложить линейку или край листа бумаги горизонтально и, двигая его «вниз», сосчитать количество точек с горизонтальной касательной.

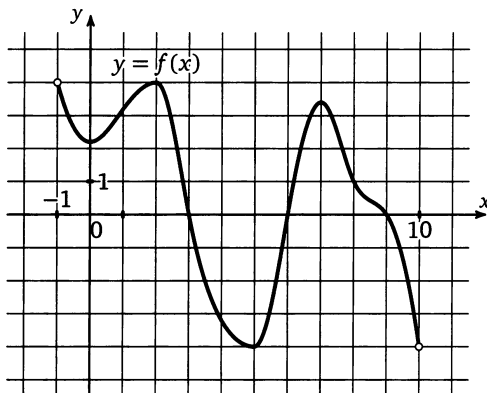
Ответы:

T5.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Тренировочная работа 5

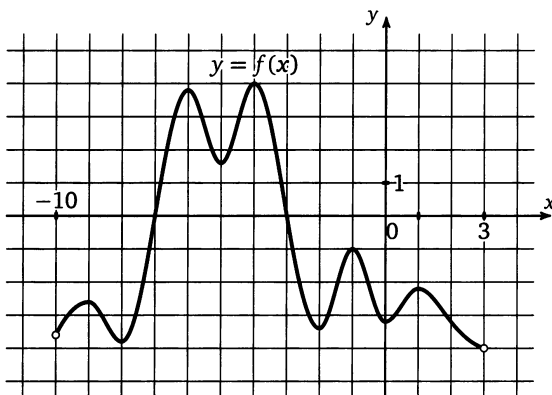
T5.1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 10)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -3$.



T5.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T5.2. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-10; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -3$.

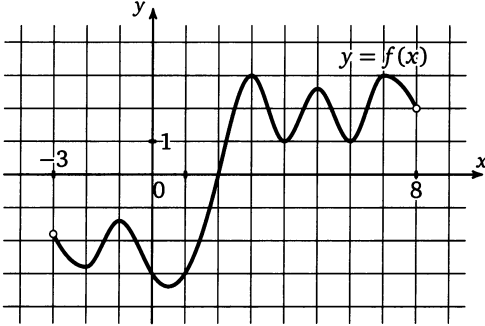


Образец написания:

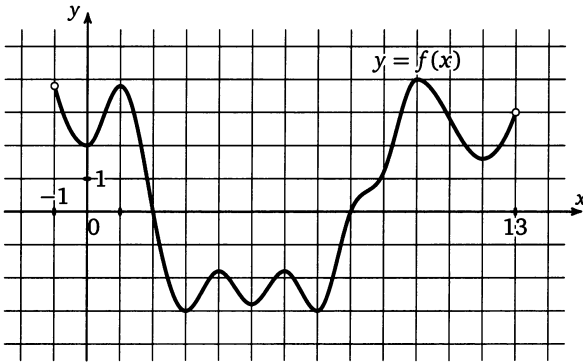
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 5

Т5.3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -20$.



Т5.4. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 13)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 20$.



Ответы:

Т5.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т5.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

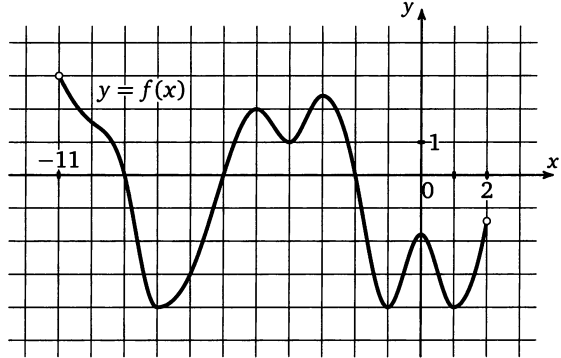
Ответы:

Тренировочная работа 5

T5.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T5.5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-11; 2)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -6$.

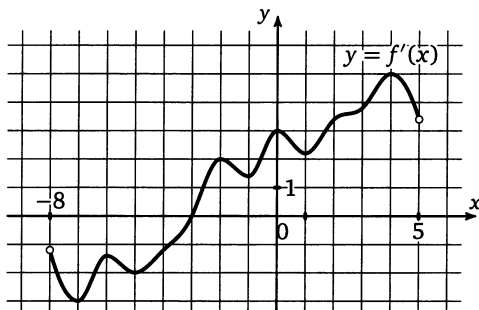


Образец написания:

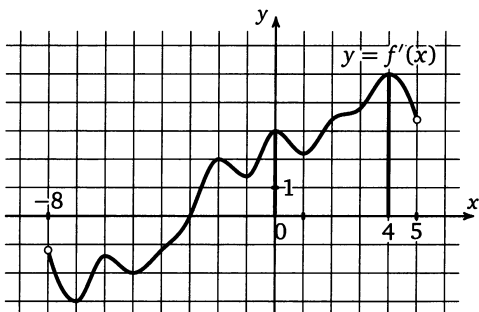
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Решение задачи 9 диагностической работы

9. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 5)$. В какой точке отрезка $[0; 4]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Решение. Для начала отметим на рисунке границы отрезка, о котором идет речь в условии задачи.



Заметим, что на этом отрезке производная функции положительна, значит, сама функция $f(x)$ возрастает, а значит, наименьшее значение на этом отрезке она принимает в левом конце отрезка, то есть в точке 0 (отметим, что при этом производная на этом отрезке, как видно из графика, принимает наименьшее значение в точке 1).

В этой задаче особенно важно внимательно прочитать условие. На рисунке изображен график производной, это слово при решении задачи можно специально подчеркнуть в условии для того, чтобы не запутаться.

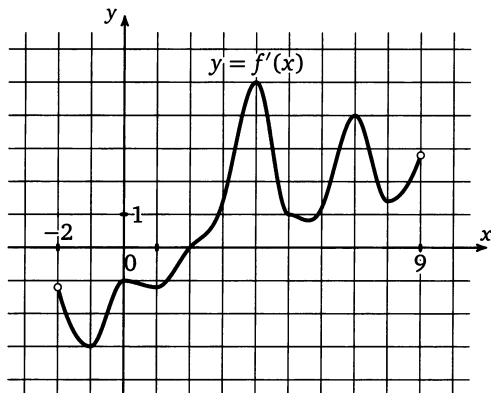
Ответы:

T6.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Тренировочная работа 6

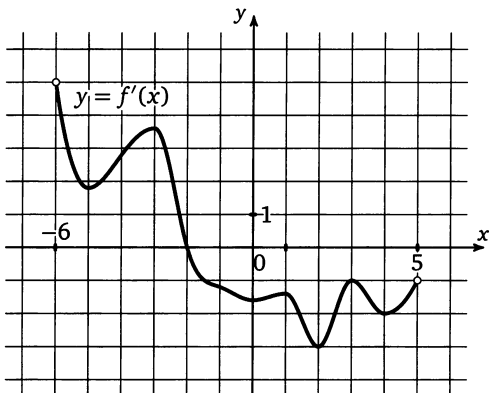
T6.1. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[3; 8]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?



T6.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T6.2. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-1; 4]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?

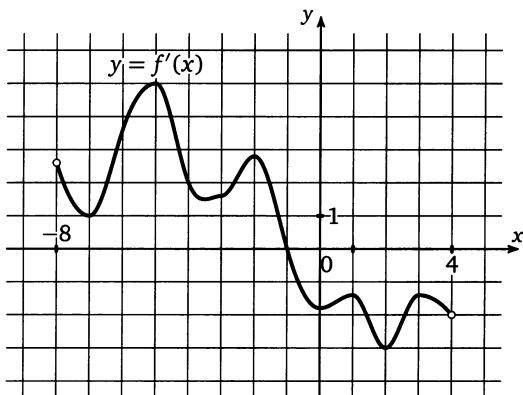


Образец написания:

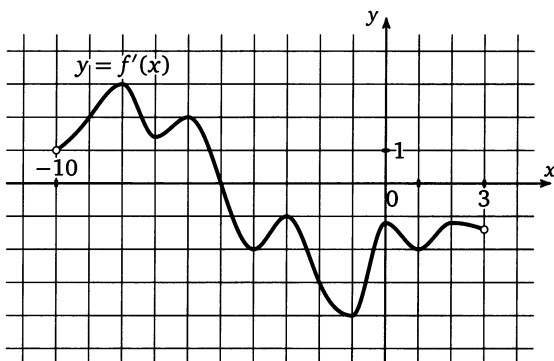
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 6

Т6.3. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-7; -2]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Т6.4. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10; 3)$. В какой точке отрезка $[-4; -1]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответы:

Т6.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

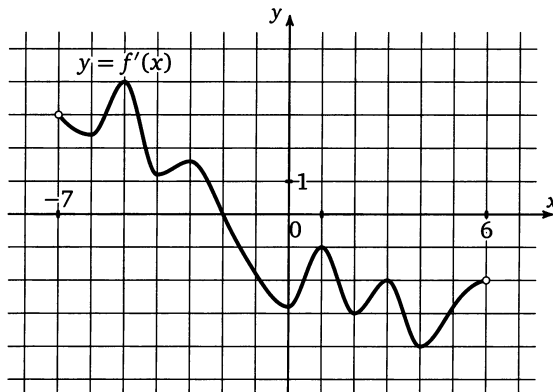
Ответы:

Тренировочная работа 6

Т6.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.5. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 6)$. В какой точке отрезка $[-1; 5]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?

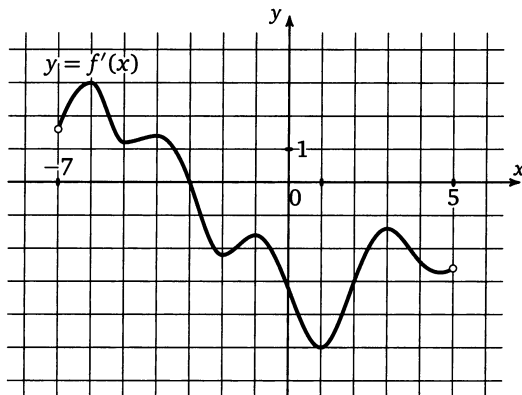


Образец написания:

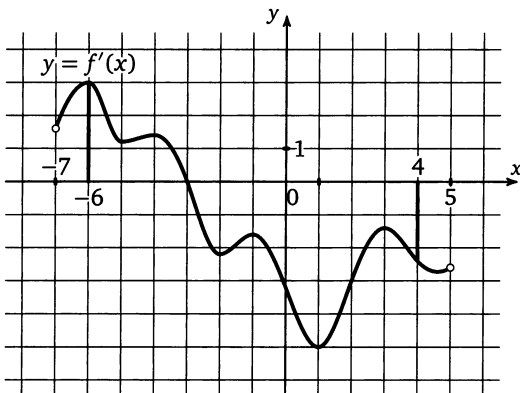
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Решение задачи 10 диагностической работы

10. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 5)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-6; 4]$.



Решение. Для начала отметим на рисунке границы отрезка, о котором идет речь в условии задачи.



Заметим, что на этом отрезке производная функции один раз обращается в 0 (в точке -3) и при переходе через эту точку меняет знак, откуда ясно, что точка -3 и есть искомая точка экстремума функции на отрезке.

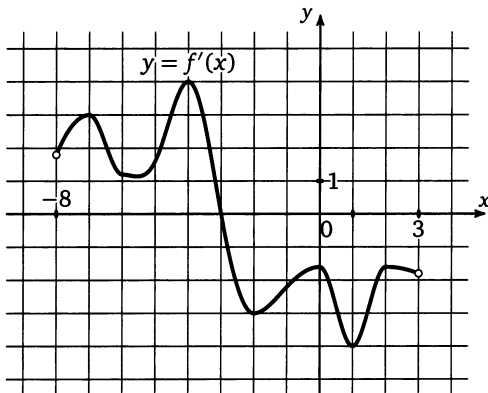
Ответы:

T7.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Тренировочная работа 7

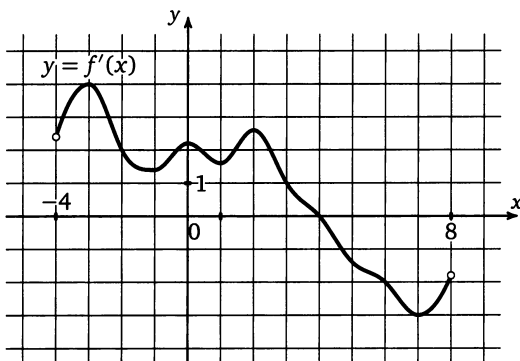
T7.1. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-6; 1]$.



T7.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.2. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 6]$.

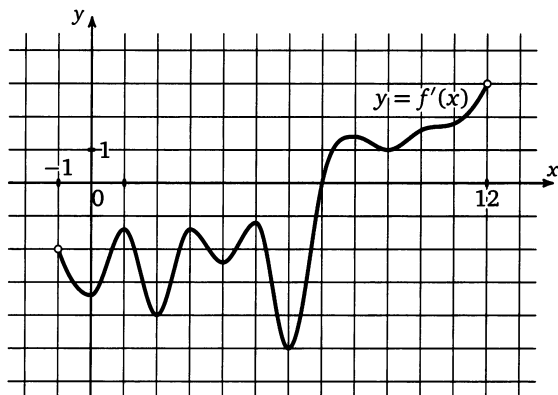


Образец написания:

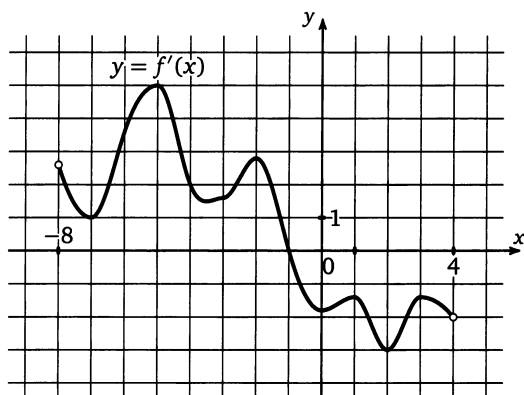
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 7

Т7.3. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-1; 12)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[0; 9]$.



Т7.4. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-5; 3]$.



Ответы:

Т7.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т7.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

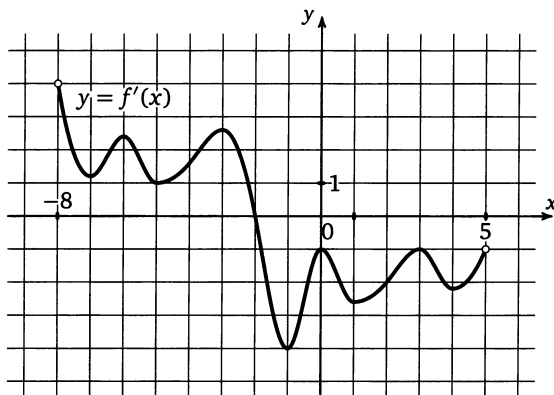
Ответы:

Тренировочная работа 7

T7.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.5. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 5)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-7; 0]$.

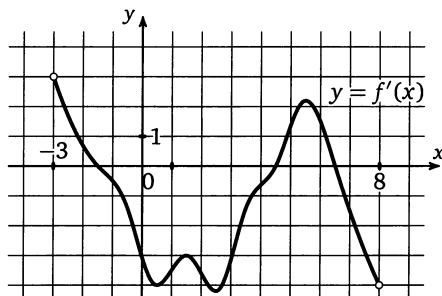


Образец написания:

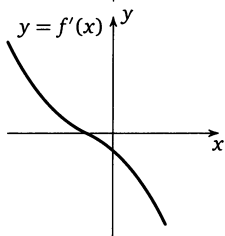
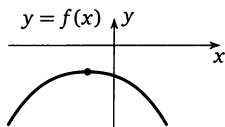
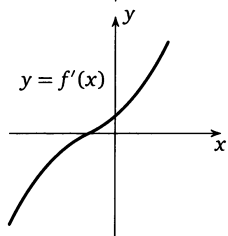
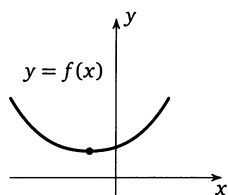
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Решение задачи 11 диагностической работы

11. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 7]$.



Решение. В точке максимума производная функции равна 0 либо не существует. Видно, что таких точек на отрезке $[-2; 7]$ три: $-1,5$; $4,5$; $6,5$. При этом в точке $4,5$ производная слева отрицательна, а справа положительна — это точка минимума (см. рисунок слева).



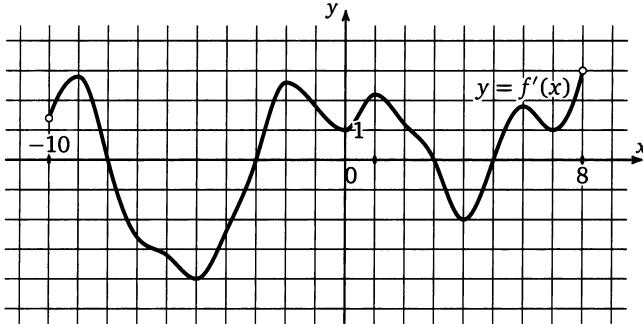
В точках $-1,5$ и $6,5$ производная меняет знак с «+» на «-» — это точки максимума (см. рисунок справа).

Решение задачи 11 диагностической работы

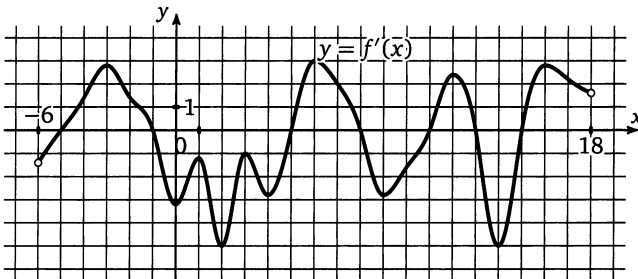
При решении этой задачи помимо того, что необходимо обратить особое внимание на то, что это график производной и точки максимума ищутся не на всей области определения, а на отрезке, нужно еще особо отметить, что ищутся именно точки максимума, а не минимума или экстремума.

Тренировочная работа 8

Т8.1. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10; 8)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-9; 7]$.



Т8.2. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 18)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-5; 17]$.



Ответы:

Т8.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т8.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

T8.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T8.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T8.5

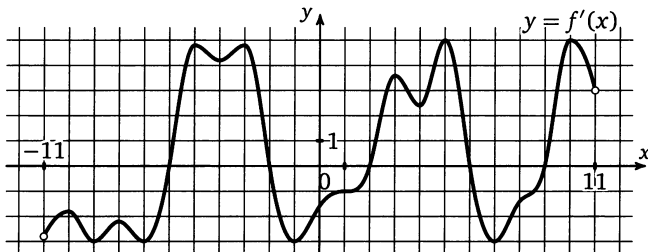
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

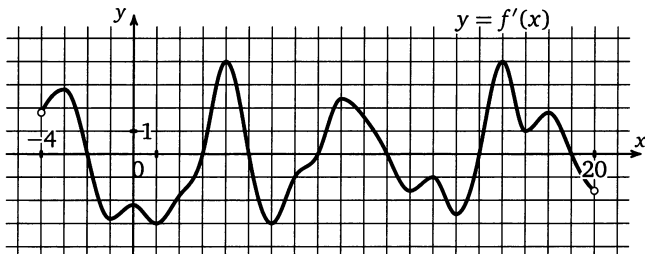
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 8

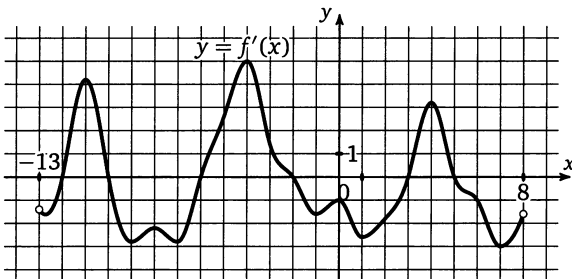
T8.3. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 11)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-9; 10]$.



T8.4. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 20)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[0; 18]$.

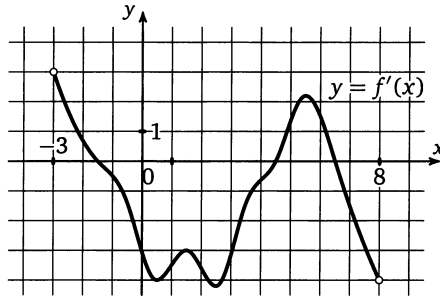


T8.5. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-13; 8)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-8; 6]$.



Решение задачи 12 диагностической работы

12. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Решение. Отметим, что на всем промежутке убывания функции $f(x)$ ее производная неположительна (на промежутках возрастания соответственно неотрицательна). У нас таких промежутков два: $(-1,5; 4,5)$ и $(6,5; 8)$, целые точки, входящие в эти промежутки, — это $-1; 0; 1; 2; 3; 4; 7$, то есть искомая сумма равна $-1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 7 = 16$.

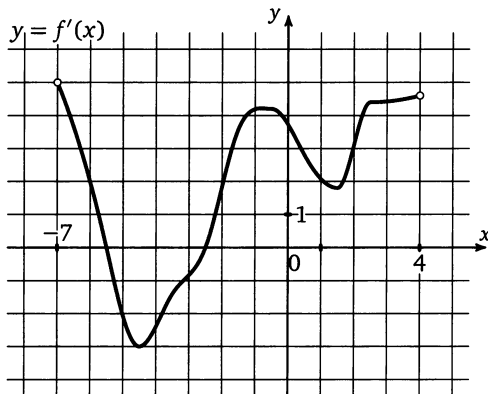
Ответы:

T9.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Тренировочная работа 9

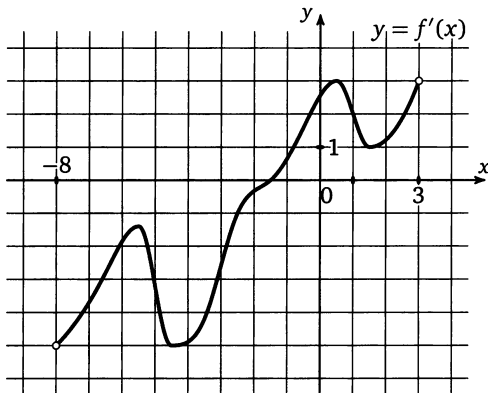
T9.1. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 4)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



T9.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T9.2. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

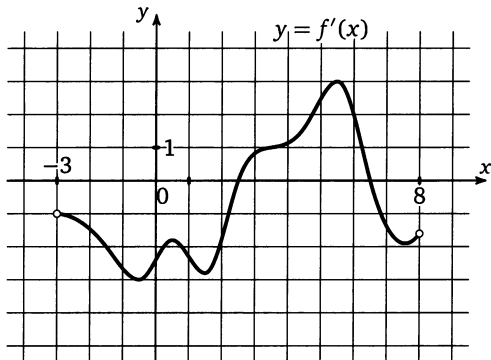


Образец написания:

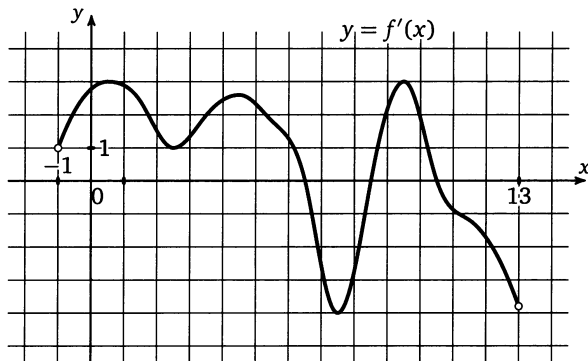
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 9

Т9.3. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Т9.4. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-1; 13)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответы:

Т9.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

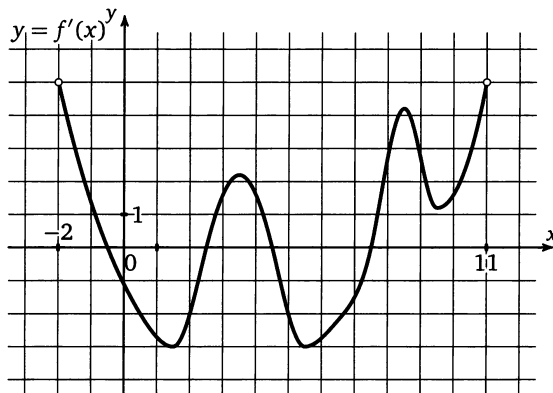
Ответы:

Тренировочная работа 9

Т9.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.5. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 11)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

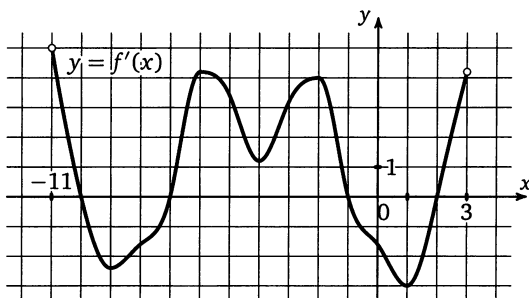


Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Решение задачи 13 диагностической работы

13. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 3)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Решение. В этой задаче, как и в задаче 12, необходимо сначала найти промежутки возрастания функции. В нашем случае их 3: $(-11; -10)$, $(-7; -1)$ и $(2; 3)$, наибольшую длину из них, очевидно, имеет промежуток $(-7; -1)$, его длина равна $-1 - (-7) = 6$.

Ответы:

T10.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T10.2

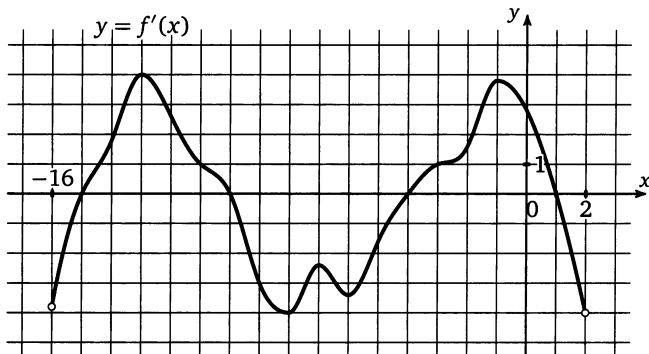
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

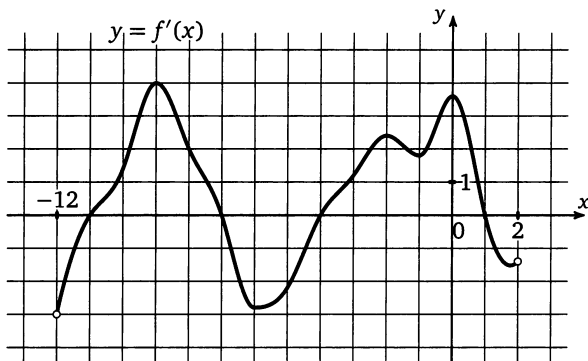
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 10

T10.1. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-16; 2)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



T10.2. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-12; 2)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



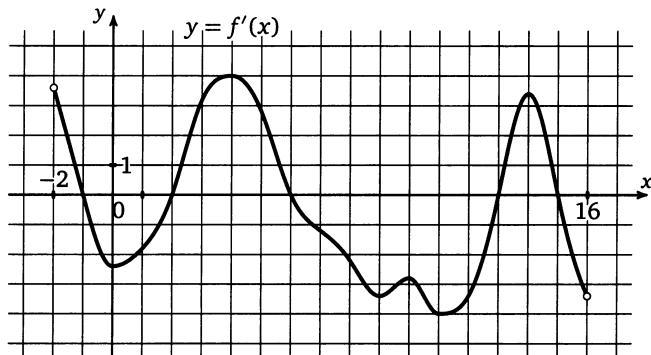
Тренировочная работа 10

Ответы:

Т10.3. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 16)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

Т10.3

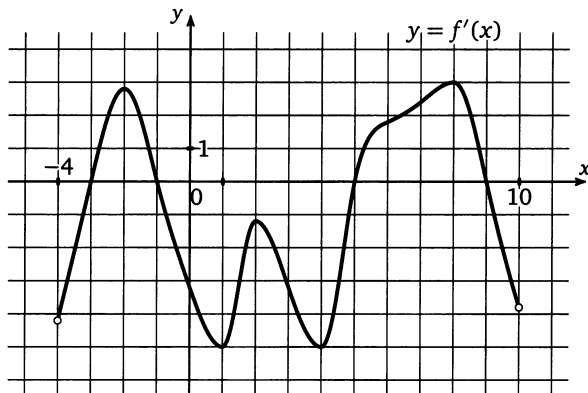
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



Т10.4. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 10)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

Т10.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

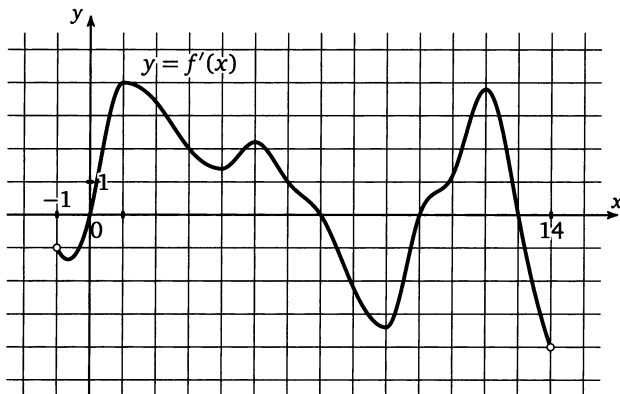
Ответы:

Тренировочная работа 10

T10.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T10.5. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-1; 14)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

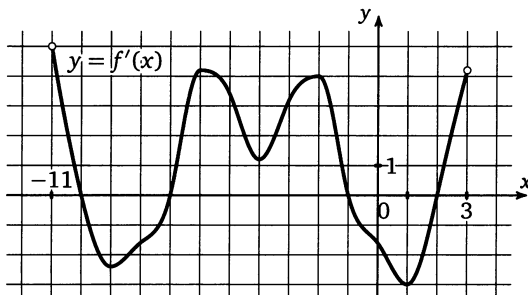


Образец написания:

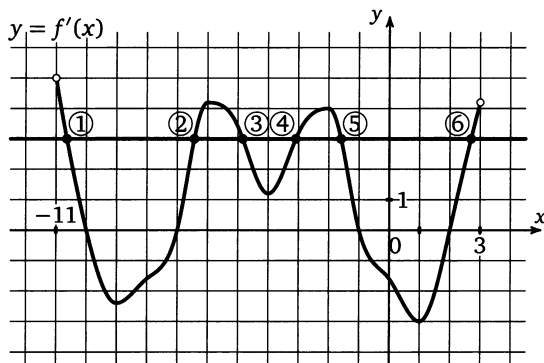
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Решение задачи 14 диагностической работы

14. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 3x - 11$ или совпадает с ней.



Решение. Если касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 3x - 11$ или совпадает с ней, то ее угловой коэффициент равен 3, а значит нам нужно найти количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 3. Для этого на графике производной проведем горизонтальную черту, соответствующую значению $y = 3$, и посчитаем количество точек графика производной, лежащих на этой линии. В нашем случае таких точек 6.



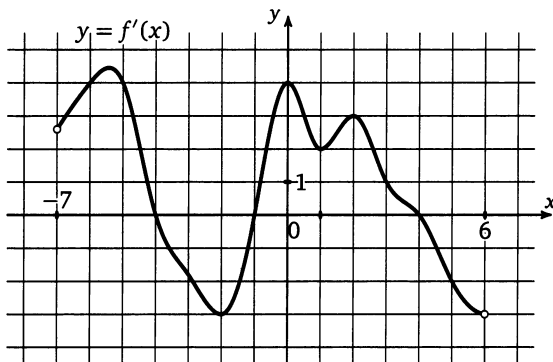
Ответы:

T11.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Тренировочная работа 11

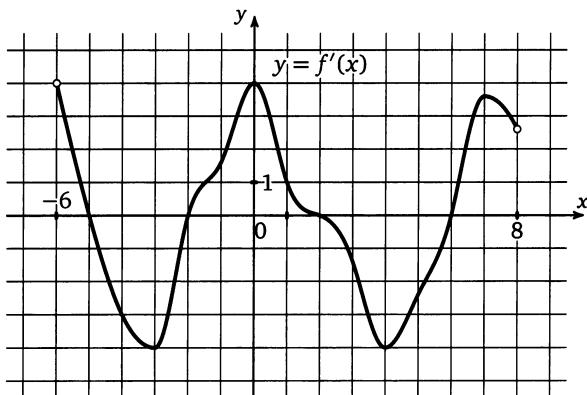
T11.1. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = x - 7$ или совпадает с ней.



T11.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T11.2. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 5$ или совпадает с ней.

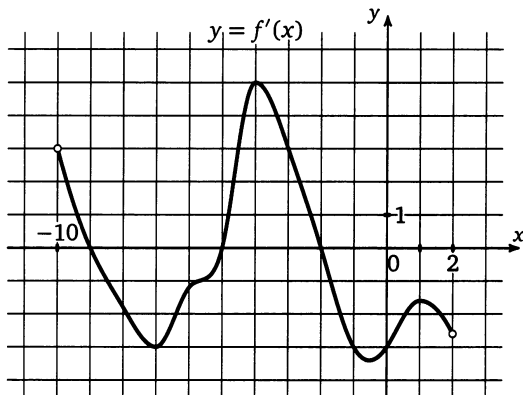


Образец написания:

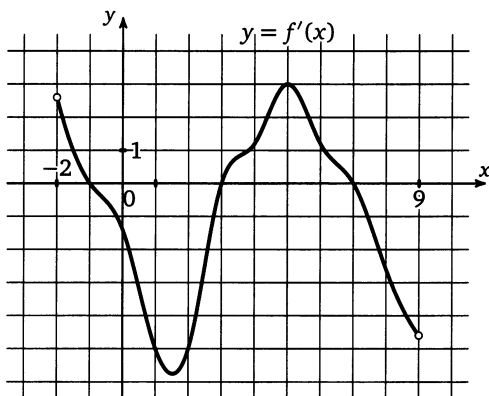
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 11

T11.3. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10; 2)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 11$ или совпадает с ней.



T11.4. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 9)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -3x - 2$ или совпадает с ней.



Ответы:

T11.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T11.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

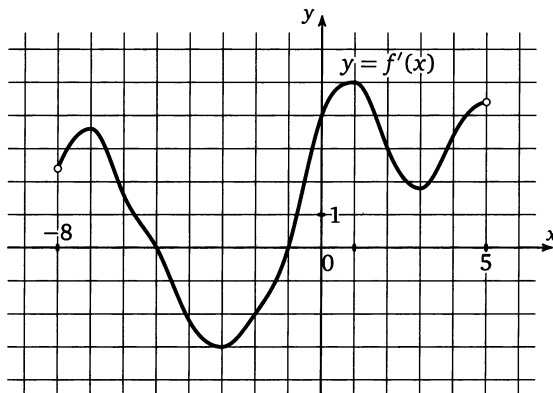
Ответы:

Тренировочная работа 11

T11.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T11.5. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 3x - 17$ или совпадает с ней.

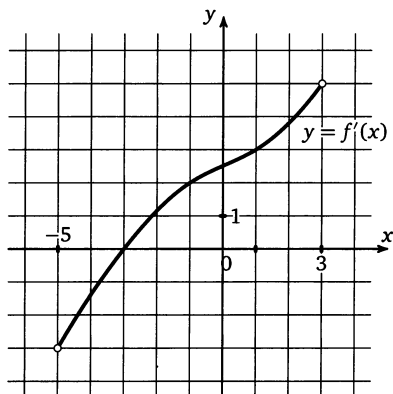


Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Решение задачи 15 диагностической работы

15. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 3)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x + 7$ или совпадает с ней.



Решение. Если касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x + 7$ или совпадает с ней, то значение производной в точке касания равно 2. Для того чтобы найти искомую абсциссу, выясним, в какой точке значение производной функции $f(x)$ равно 2. Для этого проведем горизонтальную прямую $y = 2$ и найдем абсциссу точки пересечения этой прямой с графиком производной. Она и будет искомой абсциссой точки касания.

Ответы:

T12.1

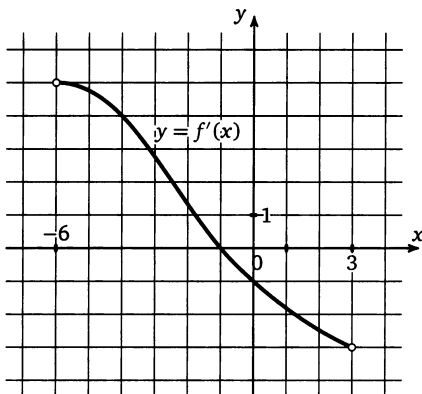
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T12.2

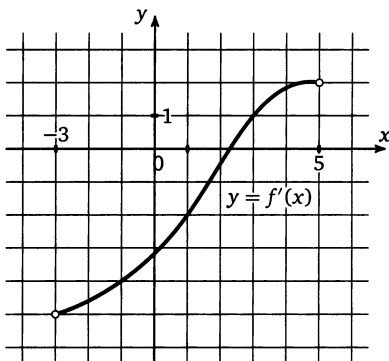
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Тренировочная работа 12

T12.1. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 3)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 4x + 12$ или совпадает с ней.



T12.2. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 5)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -4x + 8$ или совпадает с ней.

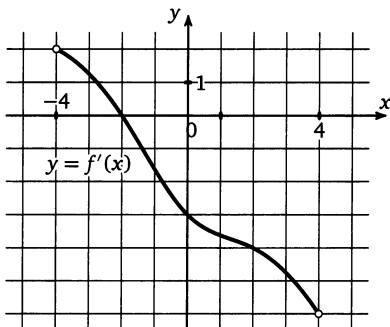


Образец написания:

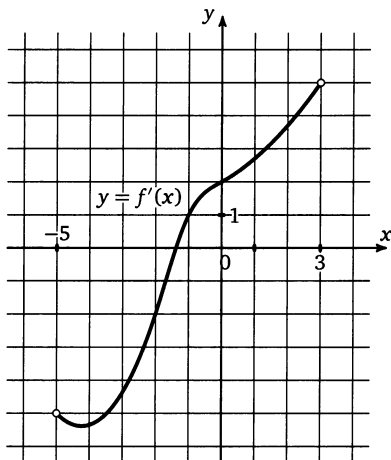
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 12

T12.3. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 4)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -3x - 11$ или совпадает с ней.



T12.4. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 3)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 7 - 2x$ или совпадает с ней.



Ответы:

T12.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T12.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

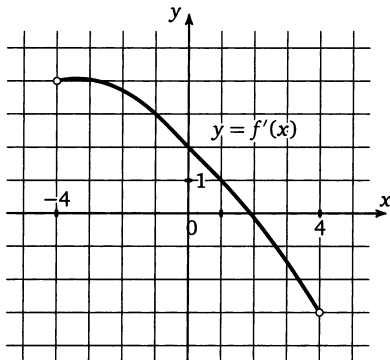
Ответы:

T12.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Тренировочная работа 12

T12.5. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 4)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = x - 14$ или совпадает с ней.



Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Решение задачи 16 диагностической работы

16. Прямая $y = 4x + 13$ параллельна касательной к графику функции

$$y = x^2 - 3x + 5.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Решение. Если прямая параллельна касательной к графику функции в какой-то точке (назовем ее x_0), то ее угловой коэффициент (в нашем случае 4) равен значению производной функции в точке x_0 . Производной функции

$$y = x^2 - 3x + 5$$

будет функция

$$f'(x) = 2x - 3.$$

Значит, для нахождения искомой точки касания необходимо, чтобы $2x - 3 = 4$, откуда $x = 3,5$.

Ответы:

T13.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T13.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T13.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T13.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T13.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 13

T13.1. Прямая $y = 6x + 9$ параллельна касательной к графику функции

$$y = x^2 + 7x - 6.$$

Найдите абсциссу точки касания.

T13.2. Прямая $y = -5x - 6$ параллельна касательной к графику функции

$$y = x^2 + 8x - 7.$$

Найдите абсциссу точки касания.

T13.3. Прямая $y = -3x + 8$ параллельна касательной к графику функции

$$y = x^2 + 7x - 6.$$

Найдите абсциссу точки касания.

T13.4. Прямая $y = 8x + 8$ параллельна касательной к графику функции

$$y = x^2 - 3x + 8.$$

Найдите абсциссу точки касания.

T13.5. Прямая $y = 4x + 9$ параллельна касательной к графику функции

$$y = x^2 + 7x - 4.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Решение задачи 17 диагностической работы

17. Прямая $y = 2x + 37$ является касательной к графику функции

$$y = x^3 + 3x^2 - 7x + 10.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Заметим, что если прямая является касательной к графику, то ее угловой коэффициент должен быть равен производной функции в точке касания, откуда имеем $3x^2 + 6x - 7 = 2$, то есть $3x^2 + 6x - 9 = 0$ или $x^2 + 2x - 3 = 0$. Это квадратное уравнение имеет два корня: -3 и 1 . Таким образом есть две точки, в которых касательная к графику функции

$$y = x^3 + 3x^2 - 7x + 10$$

имеет угловой коэффициент, равный 2 . Для того чтобы определить, в какой из этих двух точек прямая $y = 2x + 37$ касается графика функции, вычислим значения функции в этих точках и проверим, удовлетворяют ли они уравнению касательной. Значение функции

$$y = x^3 + 3x^2 - 7x + 10$$

в точке -3 равно $-27 + 27 + 21 + 10 = 31$, а значение в точке 1 равно $1 + 3 - 7 + 10 = 7$. Заметим, что точка с координатами $(1; 7)$ не удовлетворяет уравнению касательной, так как $7 \neq 2 + 37$. А вот точка $(-3; 31)$ уравнению касательной удовлетворяет, так как $-6 + 37 = 31$. Значит, искомая абсцисса точки касания равна -3 .

Ответы:

Т14.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Т14.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Т14.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Т14.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Т14.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 14

Т14.1. Прямая

$$y = -2x - 12$$

является касательной к графику функции

$$y = x^3 - 2x^2 - 6x - 4.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Т14.2. Прямая

$$y = -x + 4$$

является касательной к графику функции

$$y = x^3 + x^2 - x + 4.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Т14.3. Прямая

$$y = x + 11$$

является касательной к графику функции

$$y = x^3 + 5x^2 + 9x + 15.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Т14.4. Прямая

$$y = -4x + 15$$

является касательной к графику функции

$$y = x^3 - 6x^2 + 8x + 7.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Т14.5. Прямая

$$y = 5x + 11$$

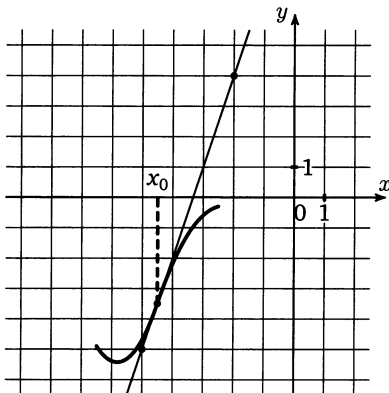
является касательной к графику функции

$$y = x^3 + 4x^2 + 9x + 11.$$

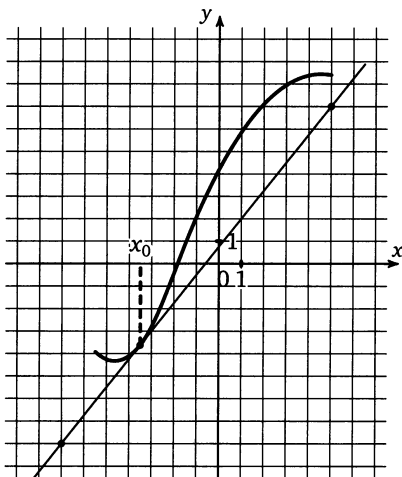
Найдите абсциссу точки касания.

Диагностическая работа 1

Д1.1. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Д1.2. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответы:

Д1.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д1.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.4

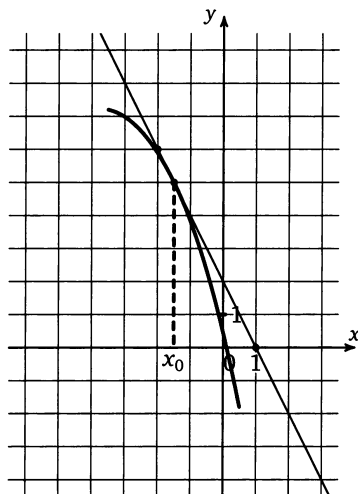
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

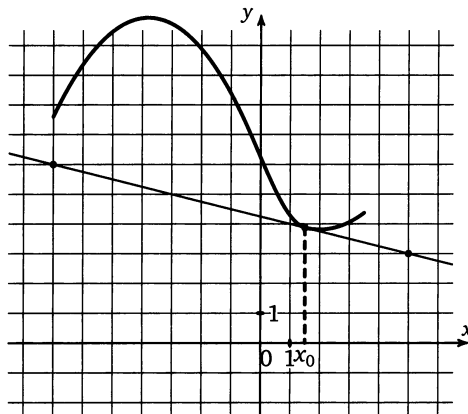
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 1

Д1.3. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

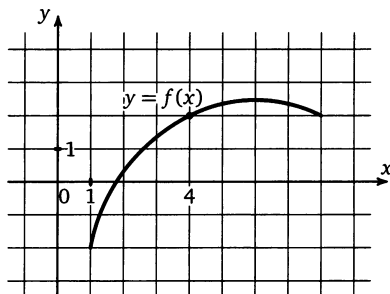


Д1.4. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

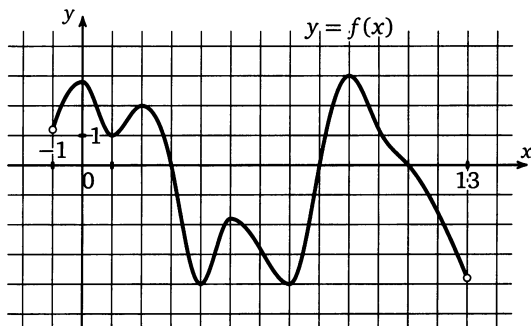


Диагностическая работа 1

Д1.5. На рисунке изображен график функции $f(x)$. Касательная к этому графику, проведенная в точке 4, проходит через начало координат. Найдите $f'(4)$.



Д1.6. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 13)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



К задачам Д1.6, Д1.7, Д1.8

Д1.7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 13)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.

Д1.8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 13)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -10$.

Ответы:

Д1.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д1.9

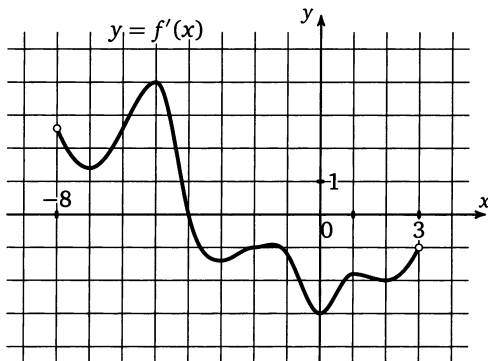
--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.10

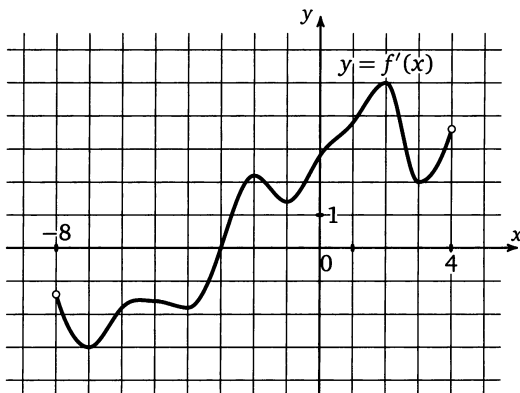
--	--	--	--	--	--	--	--

Диагностическая работа 1

Д1.9. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-3; 2]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Д1.10. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-4; -1]$.

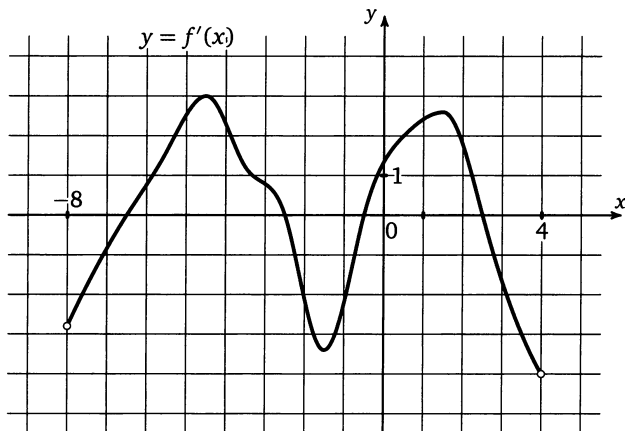


Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 1

Д1.11. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на отрезке $[-7; -1]$.



К задачам Д1.11, Д1.12

Д1.12. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

Ответы:

Д1.11

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.12

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д1.13

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.14

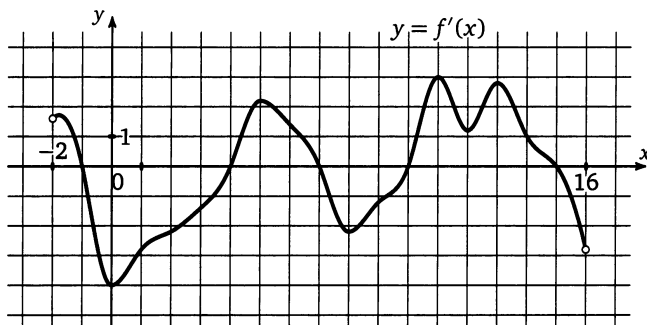
--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 1

Д1.13. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 16)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

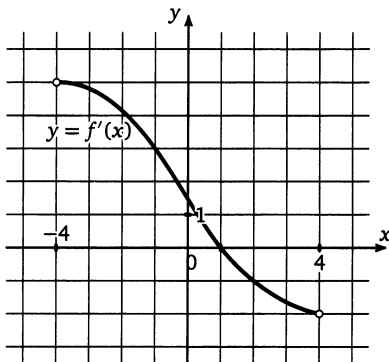


К задачам Д1.13, Д1.14

Д1.14. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 16)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -3x + 6$ или совпадает с ней.

Диагностическая работа 1

Д1.15. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 4)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 3x + 5$ или совпадает с ней.



Д1.16. Прямая $y = 8x + 9$ параллельна касательной к графику функции

$$y = x^2 + 5x + 6.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Д1.17. Прямая $y = 5x + 14$ является касательной к графику функции

$$y = x^3 - 4x^2 + 9x + 14.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Ответы:

Д1.15

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.16

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.17

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д2.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.2

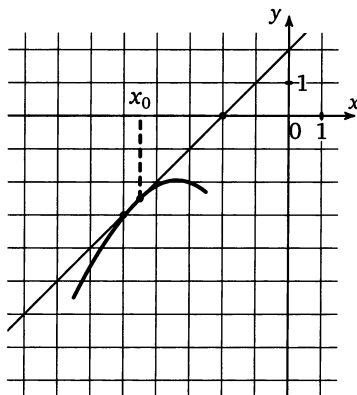
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

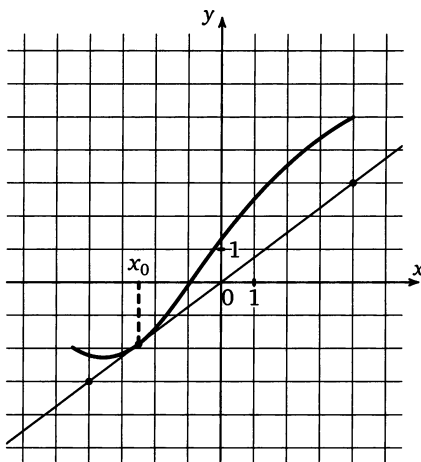
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 2

Д2.1. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

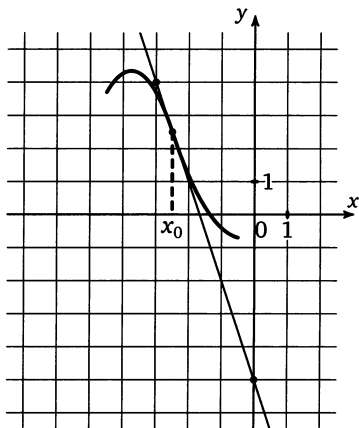


Д2.2. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

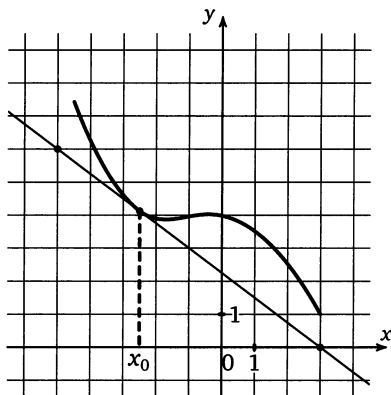


Диагностическая работа 2

Д2.3. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Д2.4. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответы:

Д2.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д2.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.6

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.8

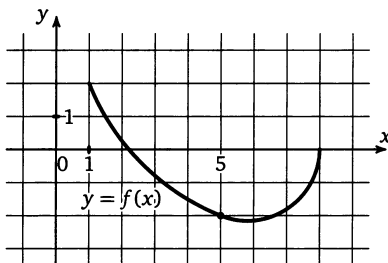
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

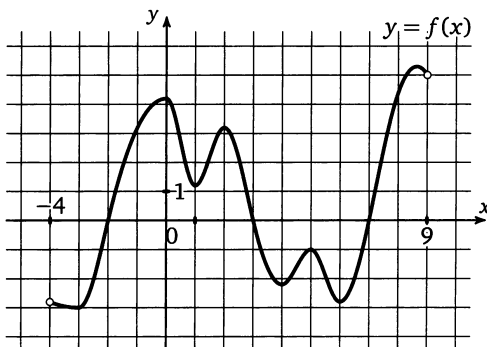
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 2

Д2.5. На рисунке изображен график функции $f(x)$. Касательная к этому графику, проведенная в точке 5, проходит через начало координат. Найдите $f'(5)$.



Д2.6. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-4; 9)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



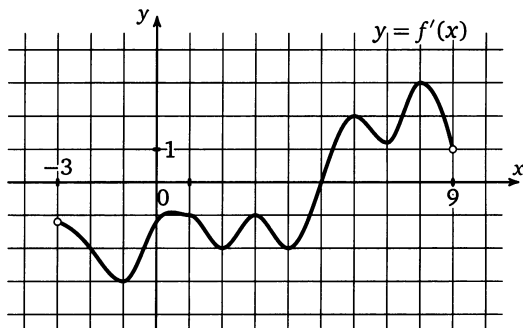
К задачам Д2.6, Д2.7, Д2.8

Д2.7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-4; 9)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.

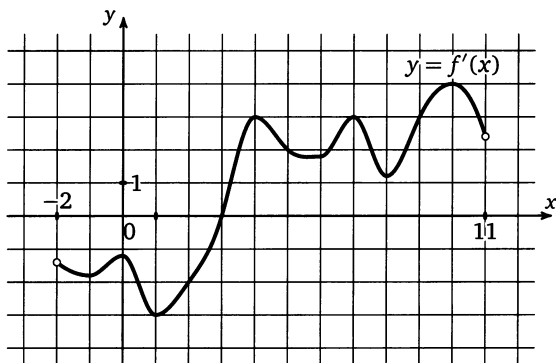
Д2.8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-4; 9)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 14$.

Диагностическая работа 2

Д2.9. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 9)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Д2.10. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 11)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[1; 6]$.



Ответы:

Д2.9

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.10

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д2.11

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.12

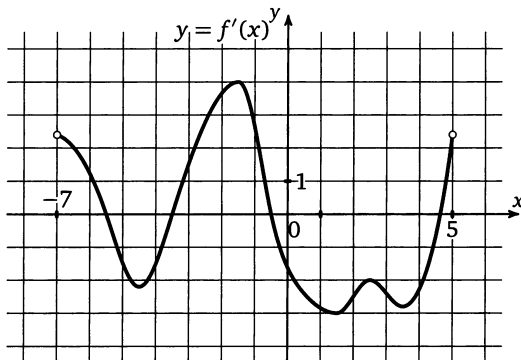
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 2

Д2.11. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 5)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-6; -1]$.

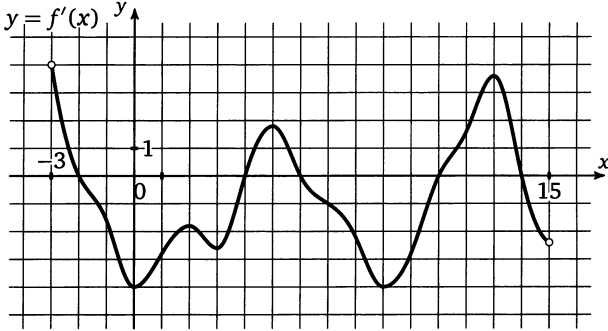


К задачам Д2.11, Д2.12

Д2.12. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 5)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

Диагностическая работа 2

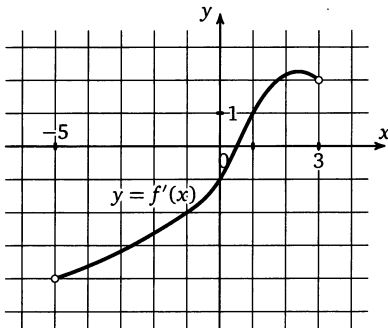
Д2.13. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 15)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



К задачам Д2.13, Д2.14

Д2.14. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 15)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -2x + 8$ или совпадает с ней.

Д2.15. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 3)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -2x + 6$ или совпадает с ней.



Ответы:

Д2.13

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.14

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.15

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д2.16

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.17

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Диагностическая работа 2

Д2.16. Прямая $y = 3x + 7$ параллельна касательной к графику функции

$$y = x^2 - 5x - 6.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Д2.17. Прямая $y = 3x + 8$ является касательной к графику функции

$$y = x^3 + x^2 + 2x + 7.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы

Диагностическая работа 1 (Д1). 1. 3. 2. 0,5. 3. -3. 4. -0,25. 5. 1,5. 6. 4. 7. 5. 8. 5. 9. 0. 10. -3. 11. 2. 12. 16. 13. 6. 14. 6. 15. -1. 16. 3,5. 17. -3.

Тренировочная работа 1 (Т1). 1. -0,5. 2. 0,75. 3. -3. 4. -0,25. 5. -0,75.

Тренировочная работа 2 (Т2). 1. 2. 2. 0,5. 3. -3. 4. 0,75. 5. -0,5.

Тренировочная работа 3 (Т3). 1. 6. 2. 4. 3. 5. 4. 3. 5. 6.

Тренировочная работа 4 (Т4). 1. 7. 2. 7. 3. 7. 4. 6. 5. 8.

Тренировочная работа 5 (Т5). 1. 4. 2. 9. 3. 8. 4. 9. 5. 7.

Тренировочная работа 6 (Т6). 1. 3. 2. 4. 3. -2. 4. -4. 5. 5.

Тренировочная работа 7 (Т7). 1. -3. 2. 4. 3. 7. 4. -1. 5. -2.

Тренировочная работа 8 (Т8). 1. 4. 2. 7. 3. 5. 4. 5. 5. 4.

Тренировочная работа 9 (Т9). 1. -12. 2. 2. 3. 7. 4. 40. 5. 21.

Тренировочная работа 10 (Т10). 1. 6. 2. 5. 3. 7. 4. 4. 5. 3.

Тренировочная работа 11 (Т11). 1. 3. 2. 4. 3. 5. 4. 3. 5. 5.

Тренировочная работа 12 (Т12). 1. -4. 2. -1. 3. 0. 4. -2. 5. 1.

Тренировочная работа 13 (Т13). 1. -0,5. 2. -6,5. 3. -5. 4. 5,5. 5. -1,5.

Тренировочная работа 14 (Т14). 1. 2. 2. 0. 3. -2. 4. 2. 5. -2.

Диагностическая работа 1 (Д1). 1. 3. 2. 1,25. 3. -2. 4. -0,25. 5. 0,5. 6. 1. 7. 7. 8. 7. 9. -3. 10. -3. 11. 1. 12. -7. 13. 5. 14. 2. 15. -1. 16. 1,5. 17. 2.

Диагностическая работа 2 (Д2). 1. 1. 2. 0,75. 3. -3. 4. -0,75. 5. -0,4. 6. 1. 7. 8. 8. 8. 9. -2. 10. 3. 11. 1. 12. 1. 13. 3. 14. 7. 15. -1. 16. 4. 17. -1.

Содержание

От редакторов серии	3
Диагностическая работа	4
Решение задач 1—4 диагностической работы	10
Тренировочная работа 1	13
Решение задачи 5 диагностической работы	16
Тренировочная работа 2	17
Решение задачи 6 диагностической работы	20
Тренировочная работа 3	21
Решение задачи 7 диагностической работы	24
Тренировочная работа 4	26
Решение задачи 8 диагностической работы	29
Тренировочная работа 5	30
Решение задачи 9 диагностической работы	33
Тренировочная работа 6	34
Решение задачи 10 диагностической работы	37
Тренировочная работа 7	38
Решение задачи 11 диагностической работы	41
Тренировочная работа 8	43
Решение задачи 12 диагностической работы	45
Тренировочная работа 9	46
Решение задачи 13 диагностической работы	49
Тренировочная работа 10	50
Решение задачи 14 диагностической работы	53
Тренировочная работа 11	54
Решение задачи 15 диагностической работы	57
Тренировочная работа 12	58
Решение задачи 16 диагностической работы	61
Тренировочная работа 13	62
Решение задачи 17 диагностической работы	63
Тренировочная работа 14	64
Диагностическая работа 1	65
Диагностическая работа 2	72
Ответы	79

МЦНМО

Книгу можно купить
в магазине «Математическая книга»
в здании Московского центра
непрерывного математического образования.

Адрес магазина: 119002, Москва, Бол. Власьевский пер., 11.
Проезд до станции метро «Смоленская» или «Кропоткинская»,
далее пешком.

Магазин работает ежедневно кроме воскресенья
с 11:00 до 20:00.

e-mail: biblio@mccme.ru

Адрес в Интернете: www.biblio.mccme.ru

Книга – почтой: biblio@mccme.ru

 (499) 241-7285 (495) 745-8031

 (495) 229-6759

Оптовые заказы: abrisd@textbook.ru

Розничные заказы: в интернет-магазине UMLIT.RU

КНИГОТОРГОВАЯ
КОМПАНИЯ



ЕГЭ 2010

Математика